



فصل اول

اندازه گیری

۱-۱ فیزیک

فیزیک (φύσις) یک لغت یونانی، به معنای طبیعت می باشد. علت این نامگذاری این است که هدف اصلی علم فیزیک، بررسی و تحلیل طبیعت است و همواره این علم در پی آن است که رفتار طبیعت را در شرایط گوناگون درک و پیش بینی کند. فیزیک روابط بین پدیده های طبیعت را بررسی می کند و این روابط را کشف و به صورت فرمول در می آورد. به عبارت دیگر به سؤالات طبیعت باید پاسخگو باشد؛ مانند دیدن یک شیء نورانی در فضا یا شنیدن یک صدای نا آشنا در طبیعت. باید توجه داشت که هر یک از سؤالات را شاخه ای از فیزیک جواب می دهد فیزیک شاخه ای از علوم تجربی (فیزیک- شیمی - زیست شناسی - زمین شناسی) است. می توان به تعدادی از شاخه های فیزیک نظیر بیو فیزیک، ژئوفیزیک، فیزیک حالت جامد، فیزیک دریا، فیزیک هواشناسی، فیزیک هسته ای، نجوم و اخترفیزیک، کیهان شناسی و ... اشاره نمود.

۱-۲ اندازه گیری

فیزیک به اندازه گیری بسیار اهمیت می دهد. اندازه گیری در فیزیک آن قدر مهم است که فیزیک دانان معتقدند مفهوم یک کمیت، بدون اندازه گیری کامل نیست. مثلاً در عبارت (ارتفاع ساختمان بلند است)، مفهوم این جمله از دید فیزیک، کامل نیست؛ چرا که باید ارتفاع ساختمان را بر اساس اندازه بیان کنیم. مثلاً باید گفت: ارتفاع ساختمان ۱۵۰۰ سانتی متر است.

۱-۳ کمیت های اندازه گیری

از آنجا که اساس علم فیزیک، اندازه گیری است، می توان با فراگیری نحوه اندازه گیری کمیت های مربوطه، قوانین علم فیزیک را کشف کرد. برای تشریح یک کمیت فیزیکی، ابتدا یکا (واحد) "یعنی معیار کمیتی که بنا بر تعریف دقیقاً برابر ۱/۰ است" را تعریف می کنیم.

۱-۴ دستگاه بین المللی یکاها

چهاردهمین مجمع عمومی اوزان و مقیاس ها در سال ۱۹۷۱، هفت کمیت زیر را به عنوان کمیت های اصلی انتخاب کرد و به این وسیله دستگاه بین المللی یکاها با علامت اختصاری SI، شکل گرفت که به آن دستگاه متریک می گویند. (جدول ۱-۱)

جدول ۱-۱: یکاهای اصلی SI

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
زمان	ثانیه	S
جرم	کیلوگرم	Kg
دما	کلوین	K
شدت جریان	آمپر	A
مقدار ماده	مول	mol
شدت روشنایی	کاندلا (شمع)	Cd

به کمیت هایی که در جدول (۱-۱) بیان شده اند، کمیت های اصلی گفته می شود که این کمیت ها، به طور مستقل تعریف شده و بدون کمک از کمیت های دیگر بیان شده اند. بسیاری از یکاهای SI برحسب این یکاهای اصلی تعریف شده اند به این کمیت ها، کمیت های فرعی گفته می شود.

مثلاً یکای نیرو در SI، نیوتن (N) است که برحسب یکاهای اصلی تعریف می شود:

$$F = m \cdot a \quad (1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2) \rightarrow 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

تمرین ۱-۱: یکای کار (برحسب ژول)، توان (برحسب وات) و فشار (برحسب پاسکال) را برحسب یکاهای اصلی بنویسید.

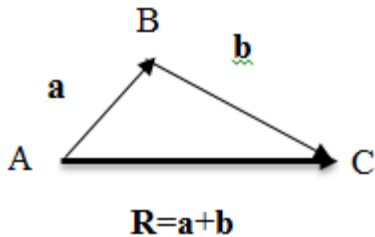
۱-۵ اسکالرها و بردارها

کمیت های فیزیکی را که فقط با یک عدد و یکا مشخص می شوند، کمیت های نرده ای (اسکالر) می نامند. مانند: جرم، دما، چگالی، فشار، بار الکتریکی و

اما کمیت هایی که علاوه بر عدد و یکا، دارای جهت نیز می باشند و از قانون جمع بردارها پیروی می کنند، کمیت های برداری نامیده می شوند. مانند: جابجایی، نیرو، سرعت، شتاب و... .

۱-۵-۱ جمع بردارها

فرض کنید یک ذره از A تا B و سپس از B تا C می رود. می توانیم جابجایی نهایی را (مستقل از مسیر نهایی) با دو بردار جابجایی متوالی AB و BC نشان دهیم. اثر این دو جابجایی، یک جابجایی از A تا C است. AC را بردار مجموع یا (برایند) بردارهای AB و BC می نامیم.



این مجموع با جمع جبری معمولی فرق دارد و ما برای شناسایی آن به اطلاعاتی بیش از اعداد ساده نیاز داریم. در این کتاب بردار را با حروف پر رنگ لاتین نشان می دهیم. (به عنوان مثال: $\vec{a} = \mathbf{a}$)

شکل ۱-۱: بردار برایند

شکل ۱-۱ راهکار نموداری برای جمع کردن بردارهای دو بُعدی $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ را نشان می دهد.

رسم بردار برایند به روش مثلثی:

(۱) روی یک صفحه، بردار $\mathbf{a}$ را با مقیاس مناسب و به زاویه مناسب ترسیم می کنیم. (۲) دوباره با زاویه ای صحیح و مناسب و با همان مقیاس بردار $\mathbf{b}$ بنا می کنیم. به طوری که ابتدای آن بر انتهای $\mathbf{a}$ قرار گیرد. (۳) بردار مجموع (برایند) $\mathbf{R}$ را با ترسیم یک پیکان از ابتدای $\mathbf{a}$ تا انتهای $\mathbf{b}$ بنا می کنیم. در این روش، هم بزرگی و هم جهت بردارها به حساب می آیند (شکل ۱-۱ را ببینید).

رسم بردار برابند به روش متوازی الاضلاع:

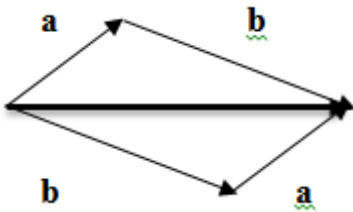
روش دیگری که برای جمع بردارها وجود دارد "روش متوازی الاضلاع" نام دارد. این روش کاملاً معادل روش قرار دادن بردارها به شکل پی در پی می باشد. در این روش بردارها طوری قرار می گیرند که ابتدای آن ها بر هم منطبق باشد. سپس به کمک این دو بردار (ضلع) متوازی الاضلاعی ساخته می شود (شکل ۱-۶ را ببینید).

عمل جمع بردارها دارای دو خاصیت است:

الف) قانون جابجایی $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$

ب) قانون شرکت پذیری: $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$

شکل ۱-۲ قانون جابجایی را بررسی و اثبات می نماید.

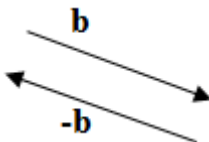


شکل ۱-۲: جابجایی جمع بردارها

به همین روش می توان قانون شرکت پذیری را برای سه بردار $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ و $\mathbf{c}$ نشان داد.

۱-۵-۲ قرینه یک بردار:

بردار $-\mathbf{b}$ قرینه بردار $\mathbf{b}$ می گوییم، اگر هم اندازه با آن ولی در خلاف جهت $\mathbf{b}$ باشد.

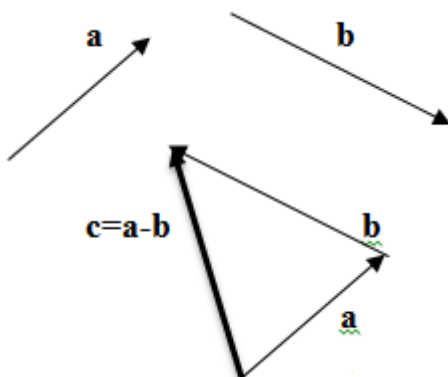


شکل ۱-۳: دو بردار قرینه

۱-۵-۳ تفاضل دو بردار

جمع کردن بردار $\mathbf{a}$ با $-\mathbf{b}$ اثری همانند تفریق کردن از $\mathbf{b}$ را دارد. $\mathbf{C} = \mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$

به خاطر بسپارید که فقط می توانیم بردارهای هم نوع را باهم جمع یا از هم کم می کنیم. معنی ندارد که بردارهای سرعت و جابجایی را باهم جمع کنیم.

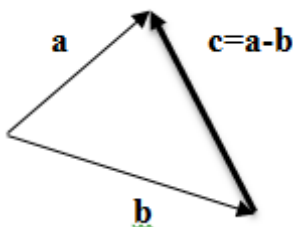


دو بردار $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ را در نظر بگیرید. در شکل های زیر برای رسم بردار تفاضل $(\mathbf{C} = \mathbf{a} - \mathbf{b})$ ، از دو روش می توان استفاده نمود.

روش اول: از روش جمع بردارها استفاده کنید و بردار $\mathbf{C} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$ را تشکیل داده، رسم می کنید.

شکل ۱-۴: بردار تفاضل

از روش بردار قرینه



روش دوم: ابتدای دو بردار را به هم وصل می کنید. برداری که انتهای $\mathbf{a}$ را به انتهای $\mathbf{b}$ وصل می کند و در جهت بردار اول است، بردار تفاضل است. (شکل ۱-۵)

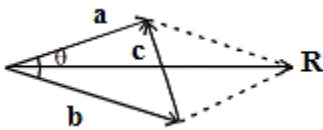
شکل ۱-۵: بردار تفاضل

از روش مستقیم

۱-۵-۴ اندازه بردار برآیند و بردار تفاضل

نکته: اندازه بردار $\mathbf{a}$ را با $|\mathbf{a}|$ یا a نشان می دهیم.

اگر زاویه بین بردارهای $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ برابر θ باشد (شکل ۱-۶)، در این صورت اندازه بردارهای برآیند و تفاضل از روابط زیر بدست می آیند:



$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2a \cdot b \cdot \cos \theta} \quad \text{اندازه بردار برآیند}$$

$$C = \sqrt{a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \theta} \quad \text{اندازه بردار تفاضل}$$

شکل ۱-۶: بردارهای برآیند و تفاضل دو بردار

حالت های خاص

۱- اگر دو بردار $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ هم جهت یکدیگر باشند:

$$\theta = 0 \longrightarrow \cos 0 = 1 \longrightarrow \begin{cases} R = a + b \\ C = |a - b| \end{cases}$$

۲- اگر دو بردار $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ در خلاف جهت هم باشند:

$$\theta = 180^\circ \longrightarrow \cos 180^\circ = -1 \longrightarrow \begin{cases} C = a + b \\ R = |a - b| \end{cases}$$

۳- اگر دو بردار $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ بر هم عمود باشند:

$$\theta = 90^\circ \longrightarrow \cos 90^\circ = 0 \longrightarrow R = C = \sqrt{a^2 + b^2}$$

۴- دو بردار $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ هم اندازه باشند:

$$a = b \longrightarrow R = 2a \cos \frac{\theta}{2}, \quad C = 2a \sin \frac{\theta}{2}$$

مسأله ۱-۱: راننده ای ابتدا ۳۰ کیلومتر به سمت شمال، سپس تحت زاویه ۶۰ درجه به اندازه ی

۲۰ کیلومتر به سمت غرب جابجا می شود، این راننده

الف) مجموعاً چند کیلومتر مسافت پیموده است؟

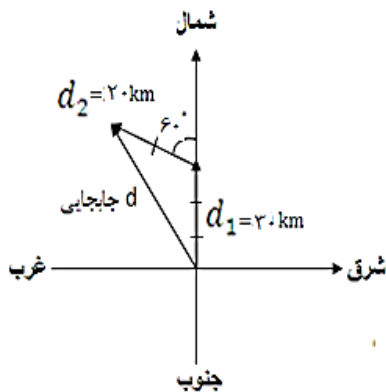
ب) چند کیلومتر جابجا شده است؟

حل الف: از آنجایی که مسافت یک کمیت اسکالر است، به روش حساب جمع بسته می شود.

$$d = d_1 + d_2 = 30 + 20 = 50 \text{ Km}$$

حل ب: از آن جایی که جابجایی یک کمیت برداری می باشد، باید به روش بردارها جمع ببندیم؛

یعنی (برآیند بگیریم).



$$d^2 = d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2 \cos \theta$$

$$d = \sqrt{(30)^2 + (20)^2 + 2(30)(20) \cos 60}$$

$$d = \sqrt{1900}$$

$$d = 43.5 \text{ km}$$

شکل ۱-۷: جابجایی خودرو

تمرین ۱-۲: دو بردار **A** و **B** در خلاف جهت یکدیگر می باشند، اگر $A = 3$ (در جهت مثبت

محور x) و اندازه تفاضل دو بردار (**A-B**) برابر ۶ باشد، اندازه و جهت بردار **B** را بدست آورید.

تمرین ۱-۳: اندازه برآیند دو بردار عمود برهم **m** و **n** برابر $10\sqrt{2}$ واحد می باشد. اگر $m = 2n$.

در این صورت اندازه هریک از بردارهای **m** و **n** را بدست آورید.

۵-۵-۱ مؤلفه های بردار

جمع و تفریق برداری را معمولاً با استفاده از مؤلفه ها انجام می دهند. برای استفاده از مؤلفه ها، دستگاه مختصات دکارتی را به کار می برند که هر بردار واقع در صفحه xy را می توان جمع برداری دو بردار A_x موازی محور x و A_y موازی محور y دانست.

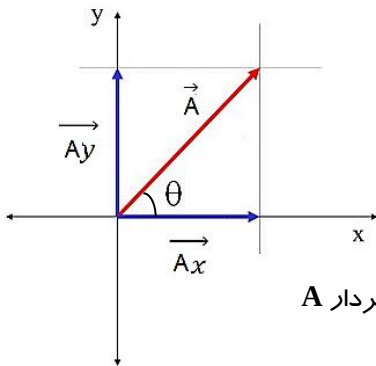
$$A = A_x + A_y$$

دو بردار A_x و A_y را مؤلفه های بردار A می نامند.

بنابراین هر یک از مؤلفه ها در امتداد یکی از محورهای مختصات قرار دارند. پس برای بیان هریک از آنها یک عدد کافی است. مثلاً عدد A_x صرف نظر از علامت آن، اندازه بردار مؤلفه A_x را مشخص می کند. اگر A_x در جهت مثبت یا منفی محور x باشد، A_x به ترتیب مثبت و منفی خواهد بود.

مطابق شکل ۸-۱، با داشتن زاویه θ و اندازه بردار A می توانیم مؤلفه های این بردار را بدست آوریم.

$$A_x = A \cos \theta \quad A_y = A \sin \theta$$



شکل ۸-۱: مؤلفه های بردار A

و برای بدست آوردن اندازه بردار A از رابطه مقابل استفاده می کنیم:

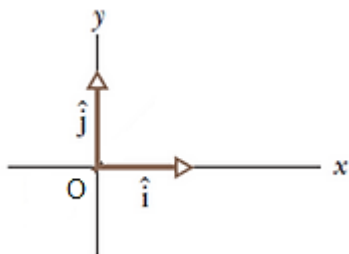
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

که از تعریف تانژانت زاویه نتیجه می شود:

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

۱-۵-۶ بردارهای یگه

بردار یگه، برداری است که اندازه آن برابر یک و بدون یکا است. در عبارت هایی که شامل مؤلفه های بردار باشد، بردار یگه نقش مهمی دارد. مطابق شکل ۱-۹ بردارهای یگه در جهت مثبت محورهای x و y به ترتیب با $\hat{i}$ و $\hat{j}$ مشخص می شوند.



شکل ۱-۹: نمایش بردارهای یگه

می توانیم بردارهای A و B را به صورت زیر بنویسیم

$$A = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \quad \text{و} \quad B = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

بنابراین جمع بردارهای A و B را نیز می توانیم به صورت بردارهای یگه بدست آوریم

$$R = A + B$$

$$R = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j}) = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j}$$

در مورد تفاضل بردارهای A و B نیز می توان به صورت زیر نوشت:

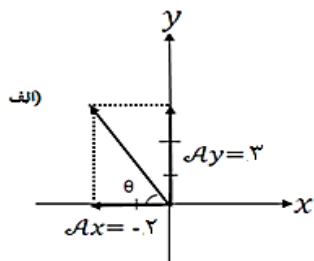
$$C = A - B \longrightarrow C = (A_x - B_x) \hat{i} + (A_y - B_y) \hat{j} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j}$$

مسئله ۱-۲: بردار $A = -2\hat{i} + 3\hat{j}$ مفروض است.

الف) بردار A را رسم کنید. ب) اندازه ی بردار را محاسبه کنید؟

پ) جهت بردار را بدست آورید.

حل:


 شکل ۱-۱: نمایش بردار $\mathbf{A} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

$$\begin{aligned} A^2 &= A_x^2 + A_y^2 \\ A^2 &= (-2)^2 + (3)^2 \\ A &= \sqrt{4+9} \\ A &= \sqrt{13} \\ A &= 3.6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{A_y}{A_x} \\ \tan \theta &= \frac{3}{-2} \\ \tan \theta &= -1.5 \\ \theta &= 56^\circ \end{aligned}$$

مسئله ۳-۱: بردار $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ به صورت $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$ و $\mathbf{B} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ نمایش داده می شوند. بردارهای برآیند ($\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$) و تفاضل ($\mathbf{C} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$) و اندازه هر یک را بدست آورید؟

حل:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} \longrightarrow \mathbf{R} = (3+1)\mathbf{i} + (-5+2)\mathbf{j} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$$

$$R = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x)\mathbf{i} + (A_y - B_y)\mathbf{j} \longrightarrow \mathbf{C} = (3-1)\mathbf{i} + (-5-2)\mathbf{j} = 2\mathbf{i} - 7\mathbf{j}$$

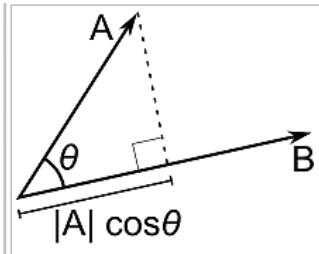
$$C = \sqrt{2^2 + (-7)^2} = \sqrt{53}$$

۷-۵-۱ ضرب بردارها

۱-۷-۵-۱ ضرب عدد در بردار

اگر عدد اسکالر k را در بردار $\mathbf{A}$ ضرب کنیم، بردار جدیدی را بدست می آوریم که اندازه آن برابر حاصل ضرب اندازه بردار $\mathbf{A}$ در k است. اگر k مثبت باشد، جهت $\mathbf{A}$ همان جهت قبلی است و اگر k منفی باشد، جهت بردار $\mathbf{A}$ قرینه می شود.

۱-۵-۷ ضرب اسکالر (نرده ای یا ضرب داخلی)



شکل ۱-۱۱: نمایش ضرب اسکالر

دو بردار را از یک مبدا رسم می کنیم (شکل ۱-۱۱) اگر زاویه بین دو بردار θ باشد، حاصل ضرب اسکالر دو بردار $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A B \cos \theta = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta$$

این حاصل ضرب کمیتی نرده ای است و می تواند مثبت یا منفی باشد. حاصلضرب نرده ای دو بردار عمود برهم، برابر صفر است. همچنین اگر مؤلفه های $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ مشخص باشند، می نویسیم:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j}) \cdot (B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j}) = A_x \mathbf{i} \cdot B_x \mathbf{i} + A_x \mathbf{i} \cdot B_y \mathbf{j} + A_y \mathbf{j} \cdot B_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} \cdot B_y \mathbf{j}$$

اما داریم $\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = 1$ و همچنین $\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{i} = 0$ ، بنابراین

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

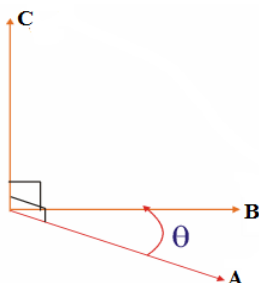
نکته: حاصل ضرب نرده ای دو بردار، خاصیت جابه جایی دارد، یعنی $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$

۱-۵-۷ ضرب برداری (خارجی)

حاصل ضرب برداری دو بردار $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ به صورت $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ نمایش می دهند.

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} \longrightarrow C = A B \sin \theta$$

بنابراین اگر دو بردار، موازی یا متقابل باشند، آنگاه $C = 0$.



جهت بردار C را با استفاده از قانون دست راست می توان تعیین کرد: اگر چهار انگشت دست راست جهت بردار A و بسته شدن چهار انگشت (یا کف دست راست) جهت B باشد، انگشت شست جهت بردار C خواهد بود.

شکل های ۱-۱۲: ضرب خارجی دو بردار

نکته: حاصلضرب برداری دو بردار، خاصیت جابجایی ندارد: $A \times B = -B \times A$

تمرین ۱-۴: مؤلفه های بردار A برابر $A_x = 2 \text{ Cm}$ و $A_y = 3 \text{ Cm}$ و مؤلفه های بردار B برابر $B_x = 4 \text{ Cm}$ و $B_y = -2 \text{ Cm}$ هستند.

الف) مؤلفه های $A + B$ و اندازه و جهت آن را پیدا کنید.

ب) مؤلفه های $A - B$ و اندازه و جهت آن را پیدا کنید.

تمرین ۱-۵: بردار A به بزرگی ۱۰ واحد و بردار B به بزرگی ۶ واحد با یکدیگر زاویه ۵۳ درجه می سازند.

الف) ضرب اسکالر این دو بردار را محاسبه نمایید.

ب) بزرگی بردار حاصل ضرب خارجی (بردار) آنها را به دست آورید ($A \times B$).

تمرین ۱-۶: هرگاه $A = 2i + 3j$ و $B = i - 2j$ باشند

الف) اندازه هر بردار را بدست آورید.

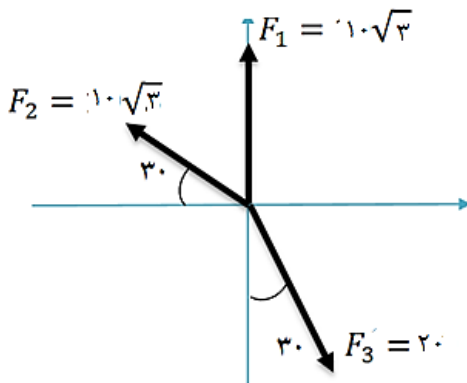
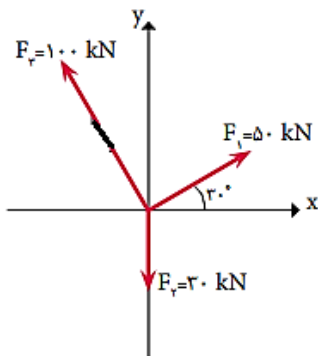
ب) با استفاده از بردارهای یکه، رابطه ای برای جمع دو بردار بنویسید.

پ) اندازه و جهت بردار حاصل جمع را بنویسید.

ت) با استفاده از بردارهای یکه، رابطه ای برای تفاضل $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ و اندازه و جهت آن را بنویسید.

تمرین ۷-۱: حاصلضرب نرده ای دو بردار تمرین ۶-۱ را بدست آورید ($\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$)

تمرین ۸-۱: اندازه بردار برآیند را در شکل های زیر بدست آورید.



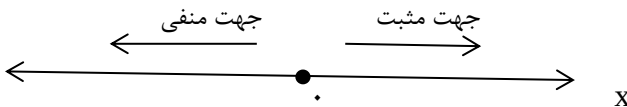
شکل های ۱۳-۱: مربوط به تمرین ۸-۱

فصل دوم

حرکت در امتداد خط راست

۱-۲ مکان و تغییر مکان (جابجایی)

منظور از تعیین محل یک جسم، عبارت است از یافتن مکان آن نسبت به نقطه مرجعی که غالباً مبدأ (نقطه صفر) محوری مانند محور X مطابق شکل ۱-۲ است. جهت مثبت این محور در جهت افزایش اعداد مختصات است که به سوی راست است؛ جهت معکوس آن جهت منفی است.



شکل ۱-۲: تعیین محل یک جسم از روی محور

مثلاً ممکن است ذره ای در $x = + 5 \text{ m}$ قرار گیرد، به این معنا که این ذره در ۵ متری جهت مثبت نقطه یاد شده قرار دارد. اگر ذره در $x = - 5 \text{ m}$ واقع باشد، یعنی در همان فاصله، اما در خلاف جهت است.

تغییر مکان از x_1 به x_2 ، جابجایی Δx نامیده می شود که در آن $\Delta x = x_2 - x_1$.

بردار جابجایی: برداری است که مکان متحرک در لحظه اول را به مکان آن در لحظه دوم وصل می کند و جهت آن به سمت مکان دوم است.

به عنوان مثال اگر ذره از $x_1 = 5 \text{ m}$ تا $x_2 = 12 \text{ m}$ جابجا شود، آنگاه $\Delta x = 12 - 5 = 7 \text{ m}$. مقدار مثبت نشان می دهد که حرکت در جهت مثبت است. اگر ذره به مکان اول خود یعنی $x = 5 \text{ m}$ برگردد، جابجایی برای کل حرکت برابر صفر خواهد بود. در جابجایی مقدار طول حرکت اهمیتی ندارد و فقط شامل مواضع ابتدایی و انتهایی است.

۲-۲ سرعت متوسط

سرعت متوسط برابر است با نسبت جابجایی Δx انجام شده به فاصله زمانی Δt یعنی

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

سرعت متوسط (همانند جابجایی)، کمیتی است برداری؛ و یکای سرعت متوسط بر حسب متر برثانیه ($\frac{m}{s}$) است.

مسئله ۱-۲: متحرکی در لحظه $t_1 = 0$ در مکان $x_1 = 4 \text{ m}$ قرار دارد و در لحظه $t_2 = 5 \text{ s}$ به مکان $x_2 = 26 \text{ m}$ می رسد. سرعت متوسط این متحرک در این بازه زمانی چقدر است؟

$$\bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{26 - (-4)}{5} = 6 \frac{m}{s} \quad \text{حل:}$$

۳-۲ سرعت لحظه ای

هنگامی که متحرک با سرعت متغیری حرکت می کند، می توان سرعت آن را در لحظه معینی یا در نقطه مشخصی از مسیر بدست آورد. چنین سرعتی را سرعت لحظه ای می نامند. سرعت در هر لحظه از روی سرعت متوسط بدست می آید. به این ترتیب که بازه زمانی Δt را با کوچکتر کردن هر چه بیشتر آن و بیشتر به صفر نزدیک می کنیم. هر چه Δt کوچکتر شود، سرعت متوسط به مقدار حدی نزدیک می شود که همان سرعت لحظه ای است.

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \longrightarrow V = \frac{dx}{dt}$$

بنابراین سرعت لحظه ای، آهنگ تغییر موضع x ذره نسبت به زمان در هر لحظه است.

مسئله ۲-۲: مکان متحرکی بر روی محور x ها در SI رابطه $x = 3t^2 - 5t + 1$ را بیان می کند.

الف) سرعت متوسط بین صفر تا ۲ ثانیه چقدر است؟

ب) سرعت لحظه در $t = 3 \text{ s}$ را بدست آورید؟

حل الف: برای بدست آوردن سرعت متوسط، ابتدا جابجایی بین دو لحظه t_1 و t_2 را بدست می آوریم. به این ترتیب که مکان های x_1 و x_2 را با جایگزینی مقادیر t_1 و t_2 بدست می آوریم.

$$x_1(t_1=0) = 3(0)^2 - (0) + 1 = 1 \text{ m}$$

$$x_2(t_2=3s) = 3(2)^2 - 5(2) + 1 = 3m \longrightarrow \bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{3 - 1}{2 - 0} = 1 \frac{m}{s}$$

حل ب) با مشتق گیری معادله x نسبت به t خواهیم داشت:

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (3t^2 - 5t + 1) = 6t - 5$$

حال در این رابطه $t = 3$ را قرار می دهیم و سرعت در این لحظه بدست می آید.

$$V = 6(3) - 5 = 13 \frac{m}{s}$$

۴-۲ حرکت یکنواخت:

اگر متحرکی در بازه های زمانی یکسان، جابجایی های یکسان انجام دهد، سرعت آن ثابت بوده و حرکت آن یکنواخت خواهد بود.

در حرکت یکنواخت سرعت متوسط برابر سرعت لحظه ای است.

$$\bar{V} = V \longrightarrow V = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

به صرف نظر کردن از $t_0 = 0$ خواهیم داشت:

$$x = Vt + x_0$$

در این معادله، x_0 مکان اولیه، t زمان، V سرعت متحرک و x مکان در لحظه t می باشند.

تمرین ۱-۲: معادله مکان متحرکی در SI به صورت $x = -2t + 6$ است.

الف) نوع حرکت این متحرک چیست؟

ب) سرعت و مکان اولیه این متحرک را تعیین کنید؟

پ) در چه لحظه ای متحرک از مبدا می گذرد؟

ت) نمودار $x-t$ آن را رسم کنید. سپس مکان آن را روی نمودار در لحظه $t = 4s$ مشخص نمایید.

۵-۲ شتاب متوسط و لحظه ای

وقتی سرعت ذره تغییر می کند، می گویند ذره دارای شتاب است. شتاب متوسط در بازه Δt به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{a} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

شتاب لحظه ای (یا شتاب) همان مشتق سرعت است. شتاب نیز کمیتی برداری است و یکای آن

$$a = \frac{dV}{dt} \quad \frac{m}{s^2} \text{ می باشد.}$$

شتاب ذره در هر لحظه عبارت است از آهنگ تغییرات سرعت در آن لحظه. بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) \longrightarrow a = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

به بیان دیگر، شتاب در هر لحظه مشتق دوم مکان $x(t)$ آن نسبت به زمان است.

تمرین ۲-۲: معادله متحرکی در SI به صورت $x = 2t^3 - 15t + 2$ است.

الف) سرعت متوسط این متحرک بین زمان های $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 2s$ چقدر است؟

ب) سرعت در لحظه $t = 3s$ بدست آورید.

پ) شتاب متوسط بین زمان های $t_1 = 0$ و $t_2 = 2s$ را محاسبه نمایید.

ت) شتاب در لحظه $t = 2s$ چقدر است؟

۲-۵-۱ حرکت با شتاب ثابت

ساده ترین نوع حرکت شتابدار، حرکت با شتاب ثابت است، که در آن آهنگ تغییر سرعت در طول مدت حرکت ثابت است.

از آنجا که افزایش یا کاهش سرعت در فواصل مساوی زمان ثابت است، پس شتاب متوسط برابر شتاب لحظه ای است.

بنابراین می نویسیم

$$\bar{a} = a \longrightarrow a = \frac{V - V_0}{t - t_0} \quad t_0 = 0 \longrightarrow V = at + V_0$$

در این رابطه V_0 سرعت اولیه، t زمان، a شتاب (ثابت)، و V سرعت در لحظه t می باشند. هم

چنین می توان از رابطه $V = \frac{dx}{dt}$ نتیجه گرفت که $x = \int_{t_0}^t V dt$. بنابراین

$$x = \int (at + V_0) dt \longrightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$$

اگر در رابطه سرعت، بجای t مقدار آن یعنی $t = \frac{V - V_0}{a}$ در رابطه مکان قرار داده شود

$$x = \frac{1}{2}a\left(\frac{V - V_0}{a}\right)^2 + V_0\left(\frac{V - V_0}{a}\right) + x_0 \longrightarrow V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)$$

مسئله ۲-۳: اتومبیلی پس از ترمز کردن، سرعت خود را در مسافت ۱۰۰ متر از $108 \frac{km}{h}$ به $72 \frac{km}{h}$ می رساند.

الف) شتاب (با فرض ثابت بودن) چقدر است؟

ب) زمان سپری شده چند ثانیه است؟

پ) اگر اتومبیل، با همان شتاب بدست آمده در قسمت الف، به کند کردن سرعت ادامه دهد

برای رسیدن از سرعت $108 \frac{km}{h}$ به توقف کامل چه مدت زمانی سپری خواهد شد؟

ت) در قسمت پ، برای رسیدن به توقف کامل چه مسافتی طی خواهد شد؟

حل الف:

$$V_1 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1}{3.6} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad V = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1}{3.6} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V^2 - V_1^2 = 2a(x - x_1) \longrightarrow a = \frac{20^2 - 30^2}{2 \times 100} = -2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حل ب:

$$V = at + v_1 \longrightarrow t = \frac{20 - 30}{-2.5} = 4 \text{ s}$$

حل پ:

$$\dot{V} = at + V_1 \longrightarrow t = \frac{0 - 30}{-2.5} = 12 \text{ s}$$

حل ت:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + V_1 t + x_1 \longrightarrow x = \frac{1}{2} (-2.5) \times (12)^2 + 30 \times 12 = 180 \text{ m}$$

نکته: چنانچه شتاب حرکت متحرکی ثابت نباشد، می توان از طریق انتگرال گیری معادله شتاب، معادله سرعت را بدست آورد.

$$a = \frac{dV}{dt} \longrightarrow dV = a dt \longrightarrow V = \int_{t_1}^{t_2} a. dt$$

تمرین ۲-۳: شتاب حرکت سر یک مار هنگام نیش زدن شکار می تواند تا $50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ برسد. در صورتی که اتومبیلی قادر به انجام چنین شتابی باشد، چه مدت طول می کشد تا از حال سکون به سرعت $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ برسد؟

تمرین ۲-۴: روی یک جاده خشک اتومبیلی قادر است با شتاب ثابت گند شونده $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ترمز کند. الف) در صورتی که سرعت چنین اتومبیلی $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد چه مدت طول می کشد تا توقف شود؟ ب) در این مدت چه مسافتی را طی نموده است؟

تمرین ۲-۵: اتومبیلی با شتاب ثابت، فاصله ۶۰ متر را در ۶ ثانیه طی می کند. سرعت آن در هنگام عبور از انتهای مسیر برابر $\frac{m}{s}$ ۱۵ است. سرعت اولیه و اندازه شتاب آن چقدر است؟

تمرین ۲-۶: معادله مکان - زمان متحرکی به صورت $x = At^2 + Bt$ می باشد (A و B مقادیر ثابت می باشند). اگر این متحرک در ثانیه دوم در ۳ متری قبل از مبدأ باشد و همچنین سرعت آن در این لحظه ۶ متر بر ثانیه باشد،
الف) A و B را تعیین کنید.

ب) سرعت متحرک در لحظه $t = 10$ s چقدر است؟

تمرین ۲-۷: کامیونی با سرعت ۷۲ km/h در حرکت است، که ناگهان در فاصله ۶۰ متری مانعی را می بیند و ترمز می کند. اگر شتاب ترمز کردن کامیون 4 m/s^2 باشد، با محاسبه نشان دهید که آیا اتومبیل به مانع برخورد می کند؟

۲-۶ سقوط آزاد

هرگاه سقوط یک جسم منحصرأ در اثر جاذبه زمین صورت گیرد، سقوط آزاد نامیده می شود. چنانچه بتوان از مقاومت هوا چشم پوشی کرد، در یک محل معین همه اجسام صرف نظر از وزن و اندازه آنها، با شتاب ثابت سقوط می کنند. اگر ارتفاع سقوط در مقایسه با شعاع زمین کم باشد، شتاب در تمام مدت سقوط ثابت است. در مبحث زیر از مقاومت هوا و کاهش شتاب در اثر افزایش ارتفاع از سطح زمین چشم پوشی گردیده است. چنین حرکت ایده آلی را سقوط آزاد می نامند. هر چند جسم ممکن است ابتدا بالارفته، سپس سقوط کند.

شتاب ثابت حرکت جسم رها شده را شتاب ثقل یا شتاب سقوط آزاد می نامند و آن را با حرف g نشان می دهند. در سطح زمین یا مجاورت آن $\frac{m}{s^2} g = 9/8$ است. در سطح ماه و یا خورشید، شتاب ناشی از ماه یا خورشید خواهد بود. اندازه این شتاب در کره ماه $\frac{m}{s^2} g_m = 1/67$ و در مجاورت خورشید $\frac{m}{s^2} g_s = 274$ می باشند.

همه معادلات مربوط به حرکت با شتاب ثابت بر روی محور x در اینجا کاربرد دارند و فقط به جای a از $-g$ و بجای x و x به ترتیب از y و y استفاده می کنیم (جدول ۱-۲)

جدول ۱-۲: معادلات حرکت در سطح افقی و سقوط آزاد

	سطح افقی	سقوط آزاد
معادله مکان	$x = \frac{1}{2}at^2 + V_x t + x_0$	$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_y t + y_0$
مستقل از زمان	$V_x^2 - V_{x0}^2 = 2a(x - x_0)$	$V_y^2 - V_{y0}^2 = -2g(y - y_0)$
معادله سرعت	$V_x = at + V_{x0}$	$V_y = -gt + V_{y0}$

مسئله ۲-۴: کارگری، آچاری را از بالای چاه آسانسور ساختمان بلندی رها می کند.

الف) $1/5$ ثانیه بعد، آچار در چه ارتفاعی قرار دارد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

ب) در این لحظه سرعت آچار چقدر است؟

حل الف: با جاگذاری $y = 0$ و $V_{y0} = 0$ و $t = 1/5s$ خواهیم داشت:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_y t + y_0 \longrightarrow y = -\frac{1}{2} \times 10 \times (1/5)^2 + 0 \times (1/5) + 0 = -11/25 m$$

یعنی آچار بعد از $1/5$ ثانیه، در $11/25$ متری در نقطه پایین پس از رها شدن واقع است.

حل ب:

$$V = -gt + V_y \longrightarrow V = -10 \times 1/5 + 0 = -15 \frac{m}{s}$$

علامت منفی سرعت نشان می دهد که جهت سقوط آچار رو به پایین است.

مساله ۲-۵: توپی را با سرعت $12 \frac{m}{s}$ قائم رو به بالا پرتاب می کنیم. ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

الف) چه مدت طول می کشد تا این توپ به بالاترین ارتفاعش از نقطه پرتاب برسد؟

ب) چه مدت طول می کشد توپ به ارتفاع ۵ متری بالای نقطه رها شده برسد؟

حل الف:

$$V = -gt + V_0 \rightarrow t = \frac{V - V_0}{-g} = \frac{0 - 12}{-10} = 1.2s$$

حل ب:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t + y_0 \rightarrow 5 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 + 12t \rightarrow \begin{cases} t_1 = 0.5s \\ t_2 = 2s \end{cases}$$

که t_1 زمان رفت تا ارتفاع ۵ متری است و t_2 هنگام برگشت.

تمرین ۲-۹: شخصی، سکه ای را از دهانه چاهی رها می کند. سکه پس از $1/5$ ثانیه، به سطح

آب برخورد می کند. ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

الف) عمق چاه چقدر است؟

ب) سکه با چه سرعتی به سطح آب برخورد می کند؟

تمرین ۲-۱۰: از بالای یک ساختمان توپی را با سرعت $10 \frac{m}{s}$ در امتداد قائم و رو به پایین پرتاب

می کنند. ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

الف) چنانچه ۲ ثانیه پس از پرتاب، توپ به سطح زمین برسد، ارتفاع ساختمان را بدست آورید.

ب) سرعت در لحظه برخورد با زمین چقدر است؟

فصل سوم

حرکت در صفحه

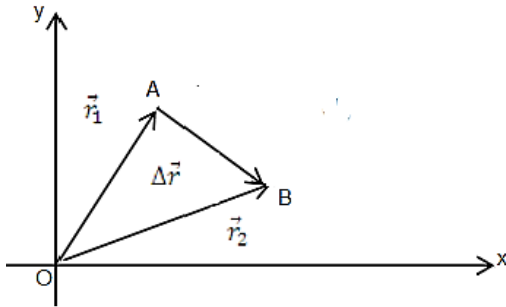
۳-۱ مکان و جابجایی

یک روش کلی تعیین مکان اشیا، کاربرد بردار مکان $\mathbf{r}$ است. این بردار از یک نقطه مرجع (معمولاً مبدا مختصات) تا محل شیء امتداد می یابد.

می توان بردار $\mathbf{r}$ را به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

$\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$ بردارهای یکه و x و y مؤلفه های بردار $\mathbf{r}$ هستند.



شکل ۳-۱: بردارهای مکان و جابجایی در صفحه

همان طور که در شکل ۳-۱ نمایش داده می شود، متحرک از A به B می رود یعنی از بردار $\mathbf{r}_1$ تا $\mathbf{r}_2$ جابجا شده است. بنابراین بردار جابجایی $\Delta \mathbf{r}$ در بازه زمانی Δt به صورت مقابل نوشته می

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad \text{شود:}$$

و می توان این گونه نوشت:

$$\Delta \mathbf{r} = (x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j}) - (x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j}) = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j}$$

۳-۲ سرعت متوسط و لحظه ای

اگر متحرک در بازه زمانی Δt به اندازه $\Delta \mathbf{r}$ جابجا شود، سرعت متوسط آن برابر خواهد بود با:

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\mathbf{j} = \bar{v}_x\mathbf{i} + \bar{v}_y\mathbf{j}$$

و سرعت لحظه ای $\mathbf{v}$ که با حد $\Delta t \rightarrow 0$ برابر است. پس می توان نوشت:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j}$$

که v_x و v_y مؤلفه های اسکالر بردار $\mathbf{v}$ هستند.

۳-۳ شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای:

وقتی سرعت ذره در مدت زمان Δt از V_1 به V_2 می‌رسد، شتاب متوسط آن برابر است:

$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t}$$

اگر Δt را کوچکتر کنیم در حد $\Delta t \rightarrow 0$ ، $\bar{a}$ به سمت شتاب لحظه‌ای میل می‌کند، یعنی

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dV_y}{dt} \mathbf{j} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) \mathbf{i} + \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) \mathbf{j} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}$$

که در آن a_x و a_y دو مؤلفه اسکالر بردار شتاب هستند.

نتیجه: رابطه مربوط به شتاب را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$a = \frac{dV_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dV_y}{dt} \mathbf{j} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) \mathbf{i} + \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) \mathbf{j} = \frac{d^2 x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \mathbf{j}$$

که در آن $a_x = \frac{d^2 x}{dt^2}$ و $a_y = \frac{d^2 y}{dt^2}$ می‌باشند.

مسئله ۳-۱: معادلات حرکت ذره‌ای که در صفحه xoy حرکت می‌کند، (در SI) به صورت زیر است.

$$x = t^2 + 1, \quad y = t^3 + 2t$$

(الف) سرعت متوسط ذره، بین زمان‌های $t_1 = 0$ تا $t_2 = 2$ s چقدر است؟

(ب) سرعت در لحظه $t = 1$ s را حساب کنید.

(پ) شتاب متوسط بین زمان‌های $t_1 = 0$ تا $t_2 = 2$ s و شتاب در لحظه $t = 2$ s چقدر می‌باشند؟

حل (الف) ابتدا می‌توانیم معادله مکان را به صورت زیر بنویسیم.

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = (t^2 + 1)\mathbf{i} + (t^3 + 2t)\mathbf{j}$$

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{i}, \quad \mathbf{r}_2 = (2^2 + 1)\mathbf{i} + (2^3 + 2 \times 2)\mathbf{j} = 5\mathbf{i} + 12\mathbf{j}$$

$$\bar{\mathbf{V}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{(5\mathbf{i} + 12\mathbf{j}) - \mathbf{i}}{2 - 0} = \frac{4\mathbf{i} + 12\mathbf{j}}{2} = 2\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$$

بنابراین اندازه سرعت متوسط برابر است با :

$$\bar{V} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{40} \frac{m}{s}$$

حل ب) برای بدست آوردن معادله سرعت، کافی است از معادله مکان نسبت به t مشتق بگیریم:

$$\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} = (2t) \mathbf{i} + (3t^2 + 2) \mathbf{j}$$

حال کافی است در رابطه بالا $t = 1$ قرار دهیم

$$\mathbf{V} = 2(1) \mathbf{i} + (3(1)^2 + 2) \mathbf{j} = 2 \mathbf{i} + 5 \mathbf{j} \Rightarrow V = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} \frac{m}{s}$$

حل پ) برای به دست آوردن شتاب متوسط:

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{V}}{\Delta t}$$

$$V_1 \Big|_{t_1=0} = 2 \mathbf{j}, V_2 \Big|_{t_2=2} = 4 \mathbf{i} + 14 \mathbf{j} \Rightarrow \bar{\mathbf{a}} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} = \frac{(4 \mathbf{i} + 14 \mathbf{j}) - 2 \mathbf{j}}{2 - 0}$$

$$\Rightarrow \bar{\mathbf{a}} = \frac{4 \mathbf{i} + 12 \mathbf{j}}{2} = 2 \mathbf{i} + 6 \mathbf{j} \Rightarrow \bar{a} = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} \frac{m}{s^2}$$

و اگر از رابطه سرعت نسبت به زمان مشتق بگیریم، شتاب بدست می آید:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{d}{dt} (2t \mathbf{i} + (3t^2 + 2) \mathbf{j}) = 2 \mathbf{i} + 6t \mathbf{j}$$

اگر در رابطه بالا $t = 2$ s قرار دهیم، داریم:

$$\mathbf{a} = 2 \mathbf{i} + 12 \mathbf{j} \Rightarrow a = \sqrt{2^2 + 12^2} = \sqrt{148} \frac{m}{s^2}$$

تمرین ۳-۱: مکان ذره ای که در صفحه xOy حرکت می کند، در SI بصورت عبارت زیر است:

$$\mathbf{r} = (2t^3 - 5t) \mathbf{i} + (6 - 7t^4) \mathbf{j}$$

الف) بردار مکان در لحظه $t = 2$ s را بدست آورده، اندازه آن را محاسبه کنید.

ب) جابجایی و اندازه جابجایی بین زمان های $t_1 = 0$ و $t_2 = 1$ s چقدر است و سرعت متوسط بین این دو لحظه را بر حسب بردارهای یگه و اندازه بدست آورید.

پ) بردار سرعت (لحظه ای) و اندازه آن در لحظه $t = 2$ s چقدر است؟

(ت) بردارهای شتاب متوسط در بین زمان های $t_1 = 0$ و $t_2 = 1\text{ s}$ و همچنین شتاب در لحظه $t_2 = 2\text{ s}$ و اندازه آنها را به دست آورید.

تمرین ۳-۲: معادلات حرکت ذره ای که در صفحه xOy حرکت می کند، (در SI) به صورت زیر است.

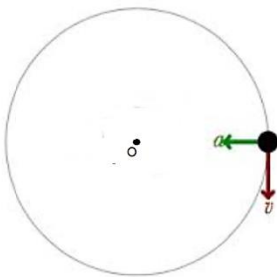
$$x = 2t^2 - t^3 + 3, \quad y = t^2 + 5t - 2$$

(الف) سرعت متوسط ذره، بین زمان های $t_1 = 0$ تا $t_2 = 2\text{ s}$ چقدر است؟

(ب) سرعت در لحظه $t = 2\text{ s}$ را حساب کنید.

(پ) شتاب متوسط بین زمان های $t_1 = 0$ تا $t_2 = 2\text{ s}$ و شتاب در لحظه $t = 1\text{ s}$ چقدر می باشند؟

۳-۵ حرکت دورانی یکنواخت



شکل ۳-۳: حرکت دورانی

ذره ای تحت حرکت دایره ای یکنواخت است که روی یک کمان دایره ای یا محیط یک دایره کامل، با اندازه سرعت ثابت در حال حرکت باشد. با این که اندازه سرعت تغییر نمی کند، اما از آنجا که جهت حرکت در هر لحظه در حال تغییر است، بنابراین حرکت ذره، شتاب دار است و شتاب آن عمود بر بردار سرعت و به طرف مرکز دایره است، که به آن شتاب شعاعی (یا شتاب مرکز گرا) گفته می شود.

اگر اندازه سرعت ثابت فرض نشود، در این حالت شتاب مماسی نیز خواهیم داشت که مؤلفه های

$$a' = \frac{dv}{dt} \quad \text{یعنی داریم:}$$

اما از آنجا که در حرکت دورانی یکنواخت، سرعت ثابت است پس اندازه شتاب مماسی نیز برابر خواهد بود.

اما اندازه شتاب مرکزگرا از رابطه مقابل به دست می آید: $a = \frac{v^2}{r}$ که در آن V سرعت و r شعاع دایره است.

اما حرکت دایره ای، سرعت دیگری هم دارد که به آن سرعت زاویه ای (ω) گفته می شود، و برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

که f بسامد (بر حسب هرتز Hz) و T دوره حرکت دایره ای (بر حسب ثانیه) گفته می شود. می توانیم شتاب مرکزگرا را از رابطه زیر نیز به دست آوریم:

$$a = r\omega^2$$

که یکای ω بر حسب $\frac{rad}{s}$ خواهد بود.

مساله ۳-۳: اتومبیلی بر مسیر دایره ای به شعاع 100 m با سرعت 20 m/s دور می زند. شتاب آن چقدر است؟

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{20^2}{100} = 4\text{ m/s}^2$$

حل:

تمرین ۳-۶: در یک چرخ و فلک، بچه ها بر محیط دایره ای به شعاع 5 m در هر 4 s یک دور می زنند. شتاب حرکت چیست؟

تمرین ۳-۸: در مدل اتم هیدروژن، الکترونی در مسیر دایره ای به شعاع $5/28 \times 10^{-11}\text{ m}$

با سرعت $2/18 \times 10^6\text{ m/s}$ به دور پروتونی می گردد. شتاب الکترون و دوره تناوب و بسامد این حرکت چقدر است؟